**OPERASI BILANGAN REAL**

Kompetensi Dasar

3.1. Menerapkan konsep bilangan berpangkat, bentuk akar dan logaritma dalam menyelesaikan masalah.

1. **BILANGAN BERPANGKAT**

* D*EFINISI BILANGAN BERPANGKAT*

Jika adalah bilangan real dan bilangan bulat positif, maka pangkat dari ditulis

dibaca pangkat , dengan merupakan bilangan pokok atau dasar, sedangkan disebut pangkat atau eksponen.

* *SIFAT – SIFAT BILANGAN BERPANGKAT*

Sifat-sifat Bilangan Berpangkat antara lain :

>>

Contoh: 24 . 22 = 2 4+2 = 26

Contoh :

>>

>>

Contoh : 3x3x3x3x3x3= 749

>>

Contoh

Contoh:

>>

Contoh:

V

Contoh :

>>

Contoh :

***Contoh Soal ;***

1. Hitunglah :
2. 5x5x5x5 = 625
3. = 4 7

6. =2 3
8. Diketahui tentukan nilai dari !

= = = = (4x2).(6x1/2)=8.3= 24

1. Bentuk sederhana dari = = =
2. Tentukan nilai *x* pada persamaan !

= = => x-

* 4x-6 = -x-3 => 4x+x = 6-3 => 5x = 3 => x= 3/5

1. Tentukan nilai dari !

= =6+(4)-1-4 =6-2+1/4=4/4=1

***SOAL LATIHAN :***

1. Hitunglah :
2. Hasil dari
3. Diketahui . Tentukan nilai !
4. Tentukan bentuk sederhana dari !
5. Ditentukan, persamaan . tentukanlah nilai *x* dari persamaan tersebut !
6. Tentukan nilai dari !
7. **BENTUK AKAR**

* Bentuk akar adalah akar dari suatu bilangan yang nilainya memuat banyaknya angka desimal tak hingga.
* Menyederhanakan bentuk akar, dapat dilakukan dengan cara mengubah bilangan di dalam akar tersebut menjadi dua bilangan dimana bilangan yang satu dapat diakarkan sedang bilangan yang lain tidak dapat diakarkan.
* Mengoperasikan bentuk akar.

1. Penjumlahan dan pengurangan bentuk akar, dapat dilakukan jika bentuk akarnya sejenis (bilangan di dalam bentuk akar sama).
2. Perkalian bentuk akar, digunakan rumus;



1. Pembagian bentuk akar.

Penyederhanaan pembagian bentuk akar sering disebut dengan merasionalkan penyebut bentuk pecahan. Untuk merasionalkan bentuk pecahan, dikalikan dengan sekawan dari penyebut. Dan digunakan rumus;

* Bentuk

»

* Bentuk

»

* Bentuk

»

***Contoh Soal ;***

12=1

22=4

32=9

42=16

52=25

62=36

72=49

82=64

92=81

102 =100

112=212

dst

1. Sederhanakan bentuk akar berikut :
2. => = .
3. => =
4. =>
5. =>
6. =>
7. =>
8. =

1. Hitung dan sederhanakan perkalian akar berikut :
3. = >
4. => =
5. => =
6. => = 8-5=3
7. Rasionalkan bentuk pembagian akar berikut :
8. = = =
9. =
10. =

***SOAL LATIHAN :***

1. Sederhanakan bentuk akar
3. Hitung dan sederhanakan perkalian akar berikut :
4. Rasionalkan bentuk pembagian akar berikut :
5. **LOGARITMA**

* **Pengertian Logaritma**

Logaritma merupakan invers dari perpangkatan. Secara umum ditulis:

Dengan disebut bilangan pokok logaritma atau basis, disebut numeris, yaitu bilangan yang di logaritmakan.

* **Sifat – Sifat Logaritma**

Sifat-sifat Logaritma berikut berlaku dengan syarat

***Contoh Soal ;***

1. Tentukan nilai dari :
2. = -==3
3. =
4. = 2. . =-12
5. Jika diketahui log 2 = 0.3010 dan log 3 = 0,4771, maka tentukan :
6. log 12 = log 3x2x2 = log3+log2+log2=0,4771+0.3010 +0.3010 = 1.0791
7. log 0,125 = 2.0969
8. Jika 5log 4 = *a* dan 4log 3 = *b*, tentukan nilai dari 3log 20 ! =5a.4b
9. Tentukan nilai dari !

=2log (48/3)+ 5log (50/2) = 2log 16+5log 25 =3log +5log = 4+2=6

1. Jika . Tentukan nilai !

= 7log (5x3x2x5)= 7log 5 +7log 3+7log 2+7log 5 =r+q+a+r = 2r+q+a

1. Tentukan nilai dari ! = =2/2.2
2. Berpakah nilai logaritma dari ? = -2. =-2

**Di catat di modul yg di bagi**

***SOAL LATIHAN :***

1. Tentukan nilai logaritma berikut :
2. Diketahui log 3 = 0,4771 dan log 5 = 0,6989. Tentukan :
3. log 60
4. log 0,6
5. Tebtukan nilai dari !
6. Jika log 2 = *a* dan log 3 = *b*. Tentukan nilai dari log 72 !
7. Tentukan logaritma dari !

**Di upload di web pembelajaran sebagai tugas 4**

1. **Aplikasi Bilangan Berpangkat, Akar dan Logaritma**

Bilangan berpangkat dan logaritma banyak digunakan dalam rumus-rumus fisika, misalnya untuk menyatakan taraf intensitas bunyi, magnitude gempa, atau menuliskan hasil pengukuran dalam notasi ilmiah. Bentuk akar digunakan dalam rumus untuk menghitung kecepatan benda yang jatuh bebas. Perhatikan contoh berikut.

**Contoh Soal:**

1. Andi memiliki *Hard Disk* dengan kapasitas 1,5 TB (TerraByte). Ia ingin membagi HardDisk tersebut menjadi beberapa partisi sebesar 20 GB (GigaByte). Jika 1 TB=103 GB, berapa banyak partisi yang bisa dibuat Andi?

**Penyelesaian:**

1,5 TB = 1,5 x 103 GB

Jadi, banyaknya partisi = buah.

1. Ilham adalah seorang siswa SMK jurusan teknik pengelasan logam. Ia menyambung 4 batang besi yang ukurannya m, m, m, m. Berapa panjang batang besi setelah disambung?

**Penyelesaian:**

Panjang total = m + m + m + m

= m + m + m + m

= m + m +3 m + m

= m

Jadi panjang seluruh sambungan adalah meter

**Soal Latihan:**

1. Seorang laboran disebuah rumah sakit sedang mengamati pertumbuhan suatu sel kanker. Setelah dilakukan pengamatan, laboran berkesimpulan bahwa pertumbuhan sel kanker dapat dinyatakan dengan persamaan , dengan a= jumlah sel kanker awal, y = banyaknya sel kanker, dan n = waktu ( dalam minggu). Berapa banyak sel kanker dalam waktu 4 minggu jika jumlah sel kanker awal adalah 5 sel?
2. Suara yang dihasilkan oleh sebuah mesin bubut kayu memiliki daya watt. Suara mesin tersebut keluar dari sebuah pintu yang memiliki luas m2. Jika intensitas bunyi dirumuskan , berapa intensitas bunyi mesin bubut tersebut?

**Nilai mutlak**

Kompetensi Dasar

* 1. Menerapkanpersamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak bentuk linear satu variable.

A.Pengertian Nilai Mutlak

Nilai mutlak dari suatu bilangan x ditulis dengan dan didefenisikan sebagai berikut

Secara umum,

B.Persamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Penyelesaian persamaan nilai mutlak dapat deselesaikan dengan menggunakan sifat nilai mutlak , yaitu sbb:

“**Jika ”**

**Contoh soal**

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan nilai mutlak berikut
2. b.

Penyelesaian:

Maka

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah

Maka 3

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah .

1. Selisih sebuah bilangan dengan 100 adalah 10. Tentukan bilangan tersebut.

Penyelesaian :

Misalkan bilangan tersebut adalah x, maka bentuk persamaan nilai mutlaknya adalah:

Maka

Jadi bilangan yang dimaksud adalah 90 atau 110.

**Soal Latihan** :

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan nilai mutlak berikut
2. b.
3. Selisih dua kali sebuah bilangan dengan 250 adalah 12. Tentukan bilangan tersebut.

C.Pertidaksamaan Nilai Mutlak Linear Satu Variabel

Penyelesaian pertidaksamaan nilai mutlak dapat deselesaikan dengan menggunakan sifat nilai mutlak , yaitu sbb:

Untuk x, a R, dan a berlaku:

**Contoh soal:**

1. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan nilai mutlak berikut dengan teliti.

a. c.

b.

2. Sebuah mesin akan bekerja dengan baik pada suhu 250C. Mesin tersebut mempunyai toleransi suhu sebesar 40C. Berapakah interval suhu mesin tersebut agar bekerja dengan baik?

**Soal Latihan**

1. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan nilai mutlak berikut dengan teliti.

a. b.

1. Berat paket tertentu tidak boleh lebih dari 20 gram selisihnya dengan berat bersih paket. Jika berat bersih paket 500 gram, berapakah berat paket yang dapat di toleransi?

**Sistem Persamaan Linear**

Kompetensi Dasar

* 1. Menentukan nilai variable pada system persamaan linear dua variable dalam masalah kontekstual

A.Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

1. Pengertian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Bentuk umum persamaan linear dua varaiabel sbb:

Sistem persamaan linear dua variable (SPLDV) adalah gabungan dari dua PLDV, memiliki bentuk umum sbb:

Dengan a1, a2, b1, b2, c1, dan c2 adalah bilangan real, a1 dan b1 keduanya tidak nol, begitu juga a2 dan b2 keduanya tidak nol. Artinya , bila a1 = 0, maka haruslah

1. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

* **Menyelesaikan SPLDV ada 3 cara/metode, yaitu:**

1. ***Metode Eliminasi***

Prinsipnya: Mencari nilai variabel dengan menghilangkan variabel yang lain.

* Untuk menghilangkan suatu variabel, koefisien dari suatu variabel tersebut pada kedua persamaan harus sama. Jika belum sama, masing-masing persamaan dikalikan dengan bilangan tertentu sehingga variabelnya memiliki koefisien yang sama.
* Jika variabelnya yang akan dihilangkan bertanda sama, persamaan dikurangi, dan jika memiliki tanda yang berbeda, dua persamaan ditambah.

1. ***Metode Subtitusi***

Artinya: mengganti atau menyatakan salah satu variabel dengan variabel lainnya.

1. ***Metode gabungan***

Prinsipnya: menggabungkan kedua metode tersebut, dengan cara mengeliminasi kemudian subtitusi.

**Sistem Persamaan Linear**

***Contoh Soal ;***

* 1. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut dengan metode eliminasi:

1. 🡺 🡺 -y-y=8-2 => -2y=6 => y=-2/6 => y= -1/3

=> => x+x=8+2 => 2x=6 => x = 1/3

1. => => 5x+3x=11+13 => 8x=24 => x=3

(…1) 5(3)-2y=11 => -2y=11-15 => y=5/2 ;jadi hp={3,5/2}

=> => -6y-6y=33-65=> 12y=32 =>y=32/12=8/3

* 1. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut dengan metode subtitusi :

1. =>…(1)->x=5+2y => (5+2y)+y=11 => 3y=6 => **y= 2**

-=> x+y=11 => x+2=11 => x=11-2 => **x=9**

=> …(1)3x-2y=10 => 3x=10+2y =>**x=(10+2y)3**

-=>…(2)4x-3y=15 => 4(10/3+2y/3)-3y=15=>40/3+8y/3+3y=15(di x3)

-=> 40+8y-9y=45 =>-y=5 => **y=-5**

* 1. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut dengan metode gabungan:

1. =>3a+2a=5+5 =>5a=10 => **a=2**

-=> ..(2) 2a-b=5=> 2(2)-b=5 => 4-b=5 => **b=-1**

1. => => 2x+(-15x)=16+(-81)

-=> -13x=65 x= 5 …..(2) -5x+y=-27 => -5(5)+y=-27 =>-25+y=-27=>**y=-2**

***SOAL LATIHAN :***

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut dengan metode eliminasi:
2. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut dengan metode subtitusi :
   1. Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut dengan metode gabungan:

B.Aplikasi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Banyak permasalahan dalam keseharian yang dapat diselesaikan dengan system persamaan linear. Untuk menyelesaikannya, terjemahkan soal-soal berupa cerita atau informasi ilmiah kedalam model matematika yang berbentuk system persamaan linear. Untuk memahaminya perhatikan contoh berikut.

**Contoh Soal:**

Sebuah mesin pemintal benang menghasilkan dua jenis kain yang berbeda. Harga satu meter kain jenis I sama dengan tiga kali harga satu meter kain jenis II. Perusahaan penjual satu paket yang berisi 5 meter kain jenis I dan 4 meter kain jenis II dengan harga Rp.228.000,00. Berapakah harga satu meter kain jenis II?

Penyelesaian :

Misalkan harga kain jenis I = x dan harga jenis II = y.

Harga satu meter kain jenis I sama dengan tiga kali harga satu meter kain jenis II, maka diperoleh persamaan linear, x = 3y…..(i)

Harga 5 meter kain jenis I dan 4 meter kain jenis II adalah Rp.228.000,00 diperoleh persamaan linear, 5x+4y=228.000…(ii)

Dari persamaan (i) dan (ii) diperoleh system persamaan linear

Substitusikan persamaan (i) ke persamaan (ii)

5(3y)+4y=228.000

15y+4y =228.000

19y=228.000

Y=12.000

Jadi, harga kain jenis II adalah Rp. 12.000,00 per meter.

**Soal Latihan**

1. Seorang siswa memeriksa konstanta 2 pegas yang akan dipakai untuk suspense sebuah sepeda motor. Jika konstanta kedua pegas memenuhi persamaan 3 K1 + 4 K2 = 100.000 N/m dan 5 K1 + 2 K2 = 12.000 N/m, berapa nilai K1 dan K2 ?
2. Seoarang pasien harus mengkonsumsi kalsium dan zat besi sebanyak 31 gram dan 16 gram. Sebuah kapsul mengandung 5 gram kalsium dan 2 gram zat besi. Sedangkan sebuah tablet mengandung 2 gram kalsium dan 2 gram zat besi. Berapa banyak kapsul dan tablet yang harus diminum pasien tersebut?

**PROGRAM LINEAR**

Kompetensi Dasar

* 1. Menetukan nilai maksimum dan minimum permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan program lineardua variable.
     1. **PENGERTIAN PROGRAM LINEAR**

Program linear adalah suatu cara atau metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi. Program linear merupakan suatu teknik dalam mendapatkan nilai optimum (maksimum atau minimum) suatu fungsi objektif dengan kendala-kendala tertentu yang diterjemahkan kedalam bentuk sistem pertidaksamaan linear.

Pengertian nilai optimum sangat penting dan banyak digunakan baik dalam kegiatan yang berhubungan dengan matematika maupun dalam kehidupan sehari-hari. Pada industri misalnya, terdapat biaya produksi, banyak karyawan atau bahan yang diperlukan dalam produksi satu unit barang tertentu sehingga dapat diprediksi tingkat pengeluaran dan pendapatan yang diperoleh.

Misalkan perusahaan memproduksi dua jenis komponen. untuk memenuhi permintaan pasar, perusahaan mungkin akan menemui hambatan berupa persediaan bahan baku yang terbatas, banyak komponen yang mampu diproduksi, biaya produksi untuk tiap komponen, atau kendala lainnya.

Dengan kendala ini, bagaimana perusahaan mengoptimumkan keuntungannnya? Disinilah program linear untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan tersebut. Dengan fungsi sasaran (objektif) yang diketahui, maka dapat diketahui teknik produksi optimal yang dapat dilakukan perusahaan

* + 1. **GRAFIK HIMPUNAN PENYELESAIAN SISTEM PERTIDAKSAMAAN LINEAR**

Sebuah model masalah program linear yang dinyatakan dalam dua variabel dapat diselesaikan dengan grafik yang merepresentasikan kedua variable tersebut.

* ***Grafik Pertidaksamaan Linear Satu Variabel***

Pertidaksamaan merupakan kalimat matematika terbuka yang memuat (atau yang dihubungkan dengan) tanda pertidaksamaan, yaitu dan . Untuk mempermudah penyajian pada diagram Cartesius, variabel dinyatakan dalam dan .

***Contoh 1.1 ;***

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut yang disajikan dalam bentuk gambar pada sistem koordinat kartesius !

1. c)
2. d)

* ***Grafik Pertidaksamaan Linear Dua Variabel***

Pertidaksamaan linear dua variabel adalah pertidaksamaan yang memuat dua variabel, misalnya dan . Bentuk pertidaksamaan linear dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk:

Dengan, dan

***Contoh 1.2 ;***

Gambarkan himpunan penyelesaian petidaksamaan berikut !

1. b)

* ***Grafik Sistem Pertidaksamaan Linear Dua Variabel***

Sistem pertidaksamaan linear dua variabel terdiri dari dua atau lebih pertidaksamaan linear dua variabel.

Untuk menggambarkan himpunan (daerah) penyelesaian sistem pertidaksamaan tersebut, masing-masing pertidaksamaan dibuat penyelesaiannya dan diletakaan pada satu sistem koordinat Cartesius, dan himpunan penyelesaiannya merupakan irisan dari masing-masing penyelesaian pertidaksamaan tersebut.

***Contoh 1.3 ;***

Tentukan himpunan (daerah) penyelesaian dari sistem pertidaksamaan berikut :



***Contoh 1.4 ;***

Tentukan himpunan penyelesaian dari grafik berikut :

(0,6)

(0,4)

(8,0)

X

(4,0)

0

***LATIHAN 1 :***

1. Gambarkan grafik himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut :
2. Tentukan himpunan penyelesaian sistem pertidaksamaan berikut :
3. Tentukan sistem pertidaksamaan dari grafik berikut :

Y

6

3

X

4

6

* + 1. **MODEL MATEMATIKA**

Masalah-masalah program linear dalam bidang teknik, perdagangan maupun dalam kegiatan perindustrian akan lebih mudah diselesaikan jika permasalahan tersebut diterjemahkan terlebih dahulu ke dalam pernyataan matematika. Pernyataan matematika ini menggunakan variable (peubah) dan notasi matematika. Dengan ini akan diperoleh suatu model matematika.

Pada umumnya pemodelan matematika melibatkan banyak variable dan tidak linear, tetapi pada bahasan ini pemodelan yang akan dibuat hanya melibatkan dua variable dan model-model yang linear.

***Contoh 1.5 ;***

Tentukan model matematika yang sesuai dari pernyataan-pernyataan berikut :

1. Sebuah tempat parkir luas 400 m2. Untuk sebuah bus diperlukan tempat parkir 20 m2 dan sebuah sedan diperlukan tempat parkir 10 m2. Tempat parkir itu tidak dapat menampung lebih dari 30 kendaraan. Jika x dan y berturut-turut menyatakan banyaknya bus dan sedan yang diparkir maka tentukan model matematikanya !
2. Seorang pedagang teh mempunyai lemari yang hanya cukup ditempati untuk 40 boks teh. Teh A dibeli dengan harga Rp 6.000,00 setiap boks dan teh B dibeli dengan harga Rp 8.000,00 setiap boks. Jika pedagang tersebut mempunyai modal Rp 300.000,00 untuk membeli *x* boks teh A dan *y* boks teh B, maka tentukan sistem pertidaksamaan dari masalah tersebut !

***LATIHAN 2 :***

1. Seorang pedagang buah ingin membeli mangga jenis A seharga Rp 12.000,00/kg dan mangga jenis B seharga Rp 14.000,00/kg. Modal yang dimiliki tidak lebih dari Rp 1.680.000,00, dan tempat buah yabg dimiliki hanya mampu menampung 130 kg mangga. Jika *x* menyatakan mangga jenis A dan y menyatakan mangga jenis B, maka tentukan model Matematika dari permasalahan tersebut !
2. Pedagang kopi mempunyai lemari yang dapat memuat paling banyak 80 bungkus kopi. Kopi jenis A dibeli dengan harga Rp 12.000,00 setiap bungkus dan kopi jenis B dibeli dengan harga Rp 16.000,00 setiap bungkus. Jika pedagang tersebut mempunyai uang Rp 600.000,00 untuk membeli *x* bungkus kopi jenis A dan y bungkus untuk kopi jenis B, maka tentukan model matematikanya !
3. Harga 1 kg pupuk jenis A Rp 4.000,- dan pupuk jenis B Rp 2.000,-. Jika petani hanya mempunyai modal Rp 800.000,- dan gudang hanya mampu menampung 500 kg pupuk (misal pupuk A = x dan pupuk B = y). Tentukan model matematika dari permasalhan di atas!
4. **NILAI OPTIMUM FUNGSI OBJEKTIF**

Untuk menentukan nilai optimum (maksimum atau minimum), dapat diselidiki fungsi objektif pada titik pojok daerah penyelesaian yang disebut **Uji Titik Pojok**.

Langkah-langkah dalam menggunakan uji titik pojok, yaitu:

1. Ubah persoalan verbal (kalimat matematika) ke dalam model matematika (sistem pertidaksamaan) dan tentukan fungsi objektifnya.
2. Gambar daerah penyelesaian (daerah feasible) sistem pertidaksamaan yang diperoleh pada langkah a.
3. Identifikasikan dan tentukan titik koordinat dari setiap titik pojok pada daerah penyelesaian.
4. Hitung nilai dari bentuk objektif (syarat untuk maksimum atau minimum) yang bersesuaian dengan titik pojok yang diperoleh sebelumnya sehingga didapatkan nilai optimum (maksimum dan minimum).

***Contoh 1.6 ;***

Tentukan nilai optimum dari grafik dan pernyataan berikut berikut :

1. Tentukan nilai optimum dari grafik berikut jika fungsi objektif *f(x,y) = 2x + 4y* !

5

3

2

5

4

1

3

2

1

E

4

D

C

A

B

1. Tentukan nilai maksimum dari grafik berikut jika fungsi objektif *f(x,y) = 2x + 5y* !

Y

10

5

X

15

5

0

1. Tentukan nilai maksimum fungsi objektif *f(x,y) = 5x + 2y* untuk sistem pertidaksamaan

!

1. Tentukan nilai maksimum untuk *z = 6x + 3y*, dari sistem pertidaksamaan

!

***LATIHAN 3:***

1. Segilima OABCD adalah daerah penyelesaian dari suatu program linear. Tentukan nilai maksimum jika diketahui fungsi objektif f*(x,y) = 2x + 3y* !

X

Y

B (3,7)

A (0,4)

C (7,4)

D (9,0)

0

1. Tentukan nilai maksimum dari grafik berikut jika fungsi objektif *f(x,y) = 3x + 4y* !

Y

6

5

X

5

3

0

1. Tentukan nilai maksimum dari bentuk *z = 3x + 4y* pada daerah penyelesaian system pertidaksamaan !
2. Tentukan nilai minimumfungsi objektif f(x,y) = 2x + 5y yang memenuhi sistem pertidaksamaan !

**BARISAN DAN DERET**

Kompetensi Dasar

* 1. Menganalisis Barisan dan Deret Aritmatika
  2. Menganalisis Barisan dan Deret Geometri

A. BARISAN DAN deret aritmatika

* **Barisan Aritmatika**
* Barisan aritmatika adalah suatu pola (aturan) tertentu antara suku – suku pada barisan, dimana selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap (konstan).
* Jika :
* Suku pertama =
* Selisih antara dua suku yang berurutan = *b*
* Suku barusan ke-*n* =

Maka, bentuk umum barisan aritmatika :

=

=

=

Sehingga rumus suku ke-*n* barisan aritmatika :

Keterangan :

*b* =

*(b sebuah konstanta yang tidak bergantung pada n)*

* **Deret Aritmatika**
* Deret aritmatika adalah suatu barisan aritmatika yang suku – sukunya dijumlahkan.
* Apabila jumlah *n* suku barisan aritmatika yang berurutan dinyatakan sebagai , maka deret aritmatika dapat dinyatakan dengan rumus :

Atau

Dengan : Jumlah *n* suku pertama.

= Suku ke-*n*

suku pertama

beda

*n* = banyak suku.

Untuk setiap *n* berlaku :

**Contoh soal :**

1. Tentukan suku pertama, beda, rumus suku ke- 10 dari barisan berikut :
2. b)
3. Suatu perusahaan pada tahun pertama memproduksi 5.000 unit barang. Pada tahun – tahun berikutnya produksi turun secara bertahap sebesar 80 unit per tahun. Pada tahun keberapa perusahaan tersebut memproduksi 3.000 unit barang ?
4. Diketahui barisan aritmatika dengan suku ke- 4 = 17 dan suku ke- 9 = 37. Tentukan suku ke- 41 !
5. Diketahui deret aritmatika :

Tentukan :

1. Rumus suku ke-*n*,
2. Rumus jumlah *n* suku pertama
3. Jumlah 20 suku pertama .
4. Gaji seorang karyawan setiap bulan dinaikkan sebesar Rp 50.000,00. Jika gaji pertama karyawan tersebut Rp 1.000.000,00. Tentukan jumlah gaji selama satu tahun pertama !

**Soal Latihan :**

1. Tentukan suku pertama, beda, rumus suku ke- 10 dari barisan berikut :
2. b)
3. Suatu pabrik pada bulan pertama memproduksi 120 tas. Setiap bulan produksi mengalami pertambahan tetap sebanyak 15 tas. Berapa banyak tas yang diproduksi pada satu tahun pertama ?
4. Barisan aritmatika, suku ke-3 = 16 dan suku ke- 6 = 7. Tentukan suku ke- 8 !
5. Diketahui deret aritmatika :

Tentukan :

1. Rumus suku ke-*n*,
2. Rumus jumlah *n* suku pertama
3. Jumlah 20 suku pertama .
4. Seorang karyawan mendapatkan kenaikkan gaji setiap bulannya sebesar Rp 35.000,00. Jika gaji pertama karyawan tersebut Rp 1.750.000,00. Tentukan jumlah gaji selama satu bulan pertama !

B. BARISAN DAN deret geometri

* **Barisan Geometri**
* Barisan geometri adalah suatu barisan bilangan yang setiap suku berikutnya diperoleh dengan mengalikan suatu bilangan yang besarnya tetap ( *r* = rasio ).
* Nilai r diperoleh dari :
* Bentuk umum barisan geometri :

Dimana;

* Suku ke -
* Suku pertama
* Rasio antara 2 suku
* Banyak suku.
* **Deret Geometri**
* Deret geometri adalah penjumlahan suku – suku dari barisan geometri yang berurutan.
* Deret geometri dinyatakan dengan .
* Untuk berlaku :
* Untuk berlaku :
* Untuk (tak hingga)

mendekati 0, berlaku :

* **Deret Geometri Tak Hingga**

Deret geometri tak hingga adalah deret geometri yang banyak suku – sukunya tak hingga. Deret geometri tak hingga terdiri dari 2 jenis, yaitu konvergen dan divergen.

Jika deret geometri tak hingga dengan maka jumlah deret geometri tak hingga tersebut mempunyai limit jumlah (konvergen).

Untuk (tak hingga), mendekati 0.

Sehingga;

Dengan;

Jika , maka deret geometri tak hingganya akan divergen, yaitu jumlah suku – sukunya tidak terbatas atau tidak menuju suatu bilangan tertentu. Hal ini terjadi karena perbedaan rasionya .

**Contoh soal :**

1. Diketahui barisan geometri :

Tentukan :

1. Suku pertama
2. Rasio
3. Rumus suku ke-*n*
4. Suku ke- 7.
5. Tentukanlah rasio, suku ke- 10, dan jumlah 10 suku pertama dari deret geometri !
6. Hitunglah jumlah deret geometri tak hingga : !
7. Jika suku pertama suatu barisan geometri 16 dan suku ketiga 36, hitunglah besar suku kelima !

**Soal Latihan :**

1. Diketahui barisan geometri :

Tentukan :

1. Suku pertama
2. Rasio
3. Rumus suku ke-*n*
4. Suku ke- 7.
5. Tentukan rasio suku ke- 15 dan jumlah 5 suku dari deret geometri
6. Diketahui barisan geometri dengan dan . Tentukan rasio, rumus suku ke- *n* dan jumlah 5 suku pertama deret tersebut !

* **Barisan dan Deret Geometri Konvergen dan Divergen**

Perhatikan contoh berikut.

**Contoh Soal:**

Sebuah bola basket dijatuhkan dari ketinggian 16 m. Setiap kali menyentuh tanah, bola tersebut memantul setinggi dari ketinggian semula. Berapakah panjang lintasan bola tersebut?

**Penyelesaian:**

Barisan bilangan yang menyatakan tinggi bola dari tanah adalah 16, 12, 9, …

Ini adalah barisan geometri dengan suku awal = 16 dan rasio = .

Panjang lintasan bola = 16 + 12 + 12 + 9 + 9 + …

Perhatikan bahwa barisan geometri 16, 12, 9, … akan terus berlanjut sampai dengan bola menyentuh tanah (suku barisan bernilai nol). Dengan kata lain, suku ke-n barisan ini mendekati nol untuk nilai n mendekati tak hingga. Barisan dengan seperti ini disebut sebagai barisan geometri konvergen. Selanjutnya perhatikan contoh berikut.

**Contoh Soal:**

Jumlah penduduk suatu kota adalah 10 juta. Jika pertumbuhan penduduk kota tersebut adalah tetap sebesar 2% per tahun, berapakah jumlah penduduk kota tersebut beberapa tahun kedepan?

**Peyelesaian:**

Misalkan U1 = jumlah penduduk pada tahun ke-i

U1 = 10.000.000

U2 = 10.000.000 + 2% x 10.000.000 = 10.000.000 + 200.000 = 10.200.000

U3 = 10.200.000 + 2% x 10.200.000 = 10.200.000 + 204.000 = 10.404.000

Demikian seterusnya.

Barisan bilangan yang menyatakan pertumbuhan penduduk kota tersebut adalah 10.000.000, 10.200.000, 10.404.000, …

Perhatikan bahwa barisan geometri 10.000.000, 10.200.000, 10.404.000,… akan terus berlanjut hingga mencapai tak hingga. Barisan geometri dengan seperti ini disebut barisan geometri divergen.

Deret geometri tak hingga a + ar + ar2 + ar3 + … akan konvergen jika atau . Deret geometri tak hingga tersebut akan divergen jika atau .

**APLIKASI BARISAN DAN DERET**

Kompetensi Dasar

* 1. Menganalisis Pertumbuhan,Peluruhan, Bunga dan Anuitas

1. PERtumbuhan dan peluruhan

Dalam kehidupan sehari-hari banyak kita jumpai hal-hal yang menunjukkan adanya pertumbuhan (bertambah) dan peluruhan(berkurang atau menyusut) . Misalnya, tanaman mengalami pertumbuhan, jumlah penduduk bertambah, elemen-elemen radioaktif luruh, atau harga mesin mengalami penyusutan. Perilaku pertumbuhan dan peluruhan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan barisan dan deret.

Agar kamu lebih memahaminya, perhatikan contoh berikut dengan baik.

**Contoh :**

1. Sebuah pabrik memproduksi mobil, banyaknya produksi perbulan merupakan barisan aritmatika. Produksi pada bulan ke-3 adalah 150 unit dan produksi pada bulan ke-6 adalah 225 unit. Tentukan:
   * 1. Banyaknya produksi pada bulan pertama
     2. Pertambahan produksi tiap bulan
     3. Jumlah produksi hingga tahun pertama
     4. Jumlah produksi hingga tahun ke-3
     5. Banyaknya produksi pada bulan ke-8

**Penyelesaian:**

* + - 1. Banyaknya produksi pada bulan pertama (a), yaitu

a + 2b = 150 x 5 5a + 10b = 750

a + 5b =225 x 2 2a + 10b = 450

3a = 300

a = 100

* + - 1. Substitusikan a = 100 ke dalam persamaan a + 2b = 150.

a + 2b = 150

100 + 2b = 150

2b = 50

b = 25

Pertambahan produksi mobil tiap bulan sebesar 25 unit.

Beda b = 25 (positif), artinya masalah ini termasuk masalah pertumbuhan.

* + - 1. Jumlah produksi hingga tahun pertama ( 12 bulan pertama), yaitu

unit

* + - 1. Jumlah produksi hingga tahun ke-3 yaitu

* + - 1. Banyaknya produksi pada bulan ke-8, yaitu

1. Sebuah truk dibeli dengan harga Rp.256.000.000,00. Jika setiap tahun harganya mengalami penyusutan 25% dari nilai tahun sebelumnya, tentukan :
2. Harga truk tersebut setelah dipakai selama 3 tahun
3. Harga truk tersebut setelah dipakai selama 8 tahun
4. Kerugian yang diperoleh jika truk tersebut dijual kembali pada tahun ke-10.

**Penyelesaian:**

Penyusustan harga truk mengikuti barisan geometri dengan a = 256.000.000 dan r = 100% - 25% = 75%

1. Harga truk tersebut setelah dipakai selama 3 tahun adalah

1. Harga truk tersebut setelah dipakai selama 8 tahun adalah sekitar

1. Kerugian yang diperoleh jika truk tersebut dijual kembali pada tahun ke – 10 kira-kira sebesara

1. Pertambahan penduduk suatu desa mengikuti deret geometri. Pertrumbuhan penduduk desa pada tahun 2012 adalah 15 orang. Pada tahun 2013, pertumbuhan penduduk sebesar 60 orang. Carilah:
2. Pertumbuhan penduduk pada tahun 2014
3. Pertumbuhan penduduk pada tahun 2017

**Peyelesaian**

1. Pertumbuhan penduduk pada tahun 2014 adalah

Jadi, pertumbuhan penduduk hingga tahun 2014 = 240 orang

1. Pertumbuhan penduduk pada tahun 2017 adalah

Jadi, pertumbuhan penduduk hingga tahun 2017 = 15.360 orang

Secara umum, langkah-langkah untuk meyelesaikan masalah aplikasi barisan dan deret adalah sebagai berikut.

1. Nyatakan besaran yang ada dalam masalah aplikasi barisan dan deret sebagai variable, seperti a (suku pertama), b (beda), r (rasio), dan lain-lain.
2. Rumuskan model barisan dan deret pada masalah tersebut.
3. Tentukan penyelesaian model barisan dan deret yang diketahui.
4. Tafsirkan hasilnya terhadap masalah semula.

**Soal Latihan :**

1. Seorang karyawan menabung dengan teratur setiap bulan. Ia menabung dengan jumlah uang yang ditabungkan setiap bulan selalu lebih besar dari bulan sebelumnya dengan selisih yang sama. Pada bulan pertama, ia menabung Rp.200.000,00 dan pada bulan ke-5 ia menabung Rp.240.000,00.
2. Berapakah uang yang ditabung karyawan tersebut pada bulan ke-11?
3. Berapakah jumlah total tabungan karyawan tersebut setelah 2 tahun?
4. Sebuah mobil berharga Rp.340.000,00. Jika setiap tahun harganya menyusut 8% dari harga tahun sebelumnya, tentukan harga mobil itu setelah 5 tahun.
5. Sebuah pabrik kendaraan bermotor mulai memproduksi sepeda motor tipe R sebanyak 20.000 unit pada tahun pertama. Setiap tahun, produksi sepeda motor tipe tersebut turun 800 unit.
6. Kapan pabrik tersebut mulai memproduksi sepeda motor tipe R dibawah 5.000 unit?
7. Kapan produksi sepeda motor tipe R mencapai nol?
8. BUNGA
9. **Bunga Tunggal**

System bunga tunggal adalah suatu metode pemberian imbalan jasa bunga yang dihitung berdasarkan modal awal atau modal pokok saja. Misalkan modal awal M0 yang dibungakan secara tunggal sebesar i persen dalam periode n. nilai modal tiap periode mengikuti kaidah barisan aritmatika M0 + iM0, M0 + 2iM0, M0 + 3iM0,…, maka rumus nilai modal pada period ke– n adalah sebagai berikut.

Dengan : Mn = nilai modal periode ke-n

M0 = modal mula-mula

i = persentase bunga

n = peride pembungaan

**Contoh soal :**

1. Bu Arimbi adalah seorang pengusaha roti. Ia memerlukan modal tambahan untuk usahanya, sehingga ia meminjam uang dikoperasi “Eka Bkti” sebesar Rp4.000.000,00. Berdasarkan perjanjian pada saat peminjaman, Bu arimbi akan memberikan imbalan jasa berupa bunga sebesar 2% dari pokok pinjaman per bulan kepada pihak koperasi. Bu Arimbi akan melunasi pinjaman itu beserta imbalan jasanya setelah 6 bulan. Berapakah total uang pengembalian Bu Arimbi ke koperasi tersebut?
2. Aming menabung uang sejumlah M0 disebuah Bank. Jenis tabungan yang dipilih aming adalah tabungan dengan sistem bunga tunggal. Bunga yang diberikan sebesar 3% per caturwulan. Setelah 3 tahun, tabungan Aming menjadi Rp25.400.000,00. Berapakah besar tabungan awal aming di Bank itu?
3. **Bunga Majemuk**

Bunga majemuk sering juga disebut sebagai bunga berbunga. Hal ini karena bunga dihitung berdasarkan besar modal atau simpanan pada periode bunga berjalan. Jika bunga tunggal hanya dihitung berdasarkan pokok simpanan dan bunganya.

Misalkan modal awal M0 dibungakan secara majemuk sebesar i persen dalam periode n, nilai modal tiap periode mengikuti kaidah barisan geometri , maka rumus nilai modal pada periode ke-n adalah sebagai berikut.

Dengan Mn = nilai modal periode ke-n

M0 = modal mula-mula

i = persentase bunga

n = periode pembangunan

**Contoh soal :**

1. Pak Mulyo adalah seorang pengusaha batik. Ia menyimpan uangnya sebesar Rp350.000,00 di sebuah Bank. Bank tersebut memberikan bunga tabungan dengan sistem bunga majemuk sebesar 1% per bulan. Berapakah besarnya tabungan pak mulyo setelah 10 bulan?
2. La Ode Ahsan, seorang mahasiswa dari Sulawesi Tenggara menginvestasikan uang sebesar Rp200.000.000,00 di bank Bonafit. Andaikan pihak bank memberikan bunga majemuk sebesar 10% per semester ( 1 semester = 6 bulan = 0,5 tahun), berapakah besar modal investasi itu setelah 2 tahun?

**Soal Latihan**

1. Tina menginvestasikan uangnya di koperasi Arimbi. Besar investasinya adalah Rp2.000.000,00. Dengan system bunga tunggal dan dengan suku bunga sebesar 2% per bulan, tentukan besar modal Tina setelah 2 tahun.
2. Pak Budi menabung sebesar Rp10.000.000,00 disuatu bank. Jika bank memberikan bunga tunggal sebesar 3% setiap triwulan, hitunglah besar tabungan pak Budi setelah 2 tahun.
3. Santi menyimpan uangnya di Bank sebesar Rp100.000.000,00 dengan bunga majemuk 4% setahun. Hitunglah jumlah simpanan santi selama 10 tahun.
4. Pada bunga tunggal 1 Maret 2017, neti menabung di bank sebesar Rp10.000.000,00. Bank memberi suku bunga majemuk 2% per bulan. Berapa saldo tabungan Neti pada 31 Mei 2017?
5. anuitas

Anuitas adalah jumlah pembayaran periodic yang besarnya tetap, yang dibayarkan setiap akhir jangka waktu. Anuitas terdiri dari bagian angsuran dan bagian bunga. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut.

**Anuitas = Angsuran + Bunga**

Jika anuitas adalah A kemudian angsuran periode ke-n dinyatakan dengan an dan periode bunga adalah bn, maka diperoleh sebagai berikut.

A = an + bn

Dengan n = 1,2,3

Apabila suatu pinjaman sebesar M akan dilunasi dengan system anuitas selama n tahun atas dasar bunga P% per tahun, diperoleh sebagai berikut.

1. Bunga akhir periode ke- 1 : b1 = I x M

Angsuran ke – 1 : a1 = A – b1

=

Sisa utang akhir periode ke – 1 ( awal periode ke-2) adalah

1. Bunga akhir periode ke-2 :

Angsuran ke-2 :

Sisa utang akhir periode ke-2 ( awal periode ke-3) adalah dan seterusnya sehingga angsuran ke-3 dapat dituliskan .

Jadi dapat dirumuskan

Keterangan :

A = anuitas

M = besar pinjaman

i = suku bunga

an = angsuran ke-n

a1 = angsuran ke-1

**Contoh soal :**

1. Utang sebesar Rp4000.000,00 akan dilunasi dengan anuitas Rp500.000,00 per bulan dengan suku bunga 2% per bulan. Hitunglah besarnya angsuran ke-8.

**Penyelesaian:**

Dik. M=4.000.000, A=500.000, i=2%,

Dit. A8=….?

= 482.447,98

Jadi angsuran ke-8 adalah Rp482.447,98

1. Dalam pelunasan utang anuitas, suku bunganya 5% per bulan. Diketahui besarnya angsuran ke-6 adalah Rp150.000,00. Berapakah besar angsuran pada bulan ke-9?

**Soal Latihan**

1. Utang Rp1.000.000,00 diangsur dengan anuitas Rp200.000,00 per tahun dengan suku bunga 4% per tahun. Berapakah besar angsuran ke-2?
2. Pinjaman sebesar Rp1.500.000,00 akan dilunasi dengan anuitas tahunan selama 25 tahun. Jika dasar bunga 4% per tahun, hitunglah:
3. Besar anuitas
4. Besar angsuran ke-10